

# Летняя школа по теоретической физике

Работа под руководством к.ф.-м.н. Степанова Николая

Черноголовка, 17 - 29 августа 2023

## Не падающая траектория для уравнения маятника

Мы будем изучать перевернутый маятник под действием горизонтальной силы  $f(t)$ , который описывается нелинейным уравнением:

$$\ddot{\theta} = \omega^2 \sin \theta + f(t) \cos \theta.$$

Если рассматривать решения этого уравнения на всей временной оси, то такая задача допускает единственное решение, которое всегда остается в верхней полуплоскости  $|\theta(t)| < \pi/2$ , такое решение мы будем называть никогда не падающей траекторией (ННПТ). В работе [1] впервые была поставлена и изучена стохастическая задача описания ННПТ. Предполагая  $f(t)$  белым шумом, были выведены и решены уравнения для описания статистических свойств ННПТ –  $P(\theta)$ . На школе предлагается три задачи связанные с задачей «маятника».

**Задача 1. Сферический маятник.** Предлагается обобщить описание ННПТ на случай сферического маятника. В отличие от плоского маятника, положение сферического маятника описывается двумя углами и для описания его движения, теперь требуется решать систему двух уравнений. Можно обобщить весь вывод уравнений описывающих статистические свойства ННПТ, после чего изучать полученные линейные уравнения

Литература по вопросу: [1, 2, 3]

**Задача 2. Маятник с вязким трением.** В этой задаче предлагается учесть вязкое трение для плоского маятника. Стартуя с уравнения маятника с трением вывести уравнения для функция распределения ННПТ и изучить его решения.

Литература по вопросу: [2, 3]

**Задача 3. Экстремальное поведение ННПТ.** В этой задаче мы будем изучать  $P(\theta)$  функцию распределения ННПТ вблизи горизонта  $\theta \approx \pm\pi/2$ . Даже для относительно большой в среднем горизонтальной силы, события, когда ННПТ подходит близко к границам, происходят экстремально редко. Ожидается достаточно резкий закон убывания до нуля функции  $P(\theta)$ .

Литература по вопросу: [2, 3]

## Список литературы

- [1] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, Теоретическая физика, том 1.
- [2] «Флуктуационная проводимость и плотность состояний в низкоразмерных сверхпроводниках», кандидатская диссертация Н.А. Степанова. (текст доступен на сайте <https://www.itp.ac.ru/ru/dissertation-council/thesis/>)
- [3] N.A. Stepanov, M.A. Skvortsov, Inverted pendulum driven by a horizontal random force: statistics of the never-falling trajectory and supersymmetry, SciPost Phys. **13(2)**, 021 (2022).