

# Когерентный вихрь в условиях слабой неоднородности

И.В.Колоколов, В.В.Лебедев

*Институт Теоретической Физики им. Л.Д.Ландау, РАН  
142432, Черноголовка, пр. а.ж. Семенова 1а, Московская область, Российская Федерация.*

При определенных условиях в двумерной турбулентности генерируются когерентные вихри, которые являются долго живущими структурами с хорошо определенным средним профилем скорости. Вихрь является изотропным, то есть характеризуется полярной скоростью  $U$ , зависящей от расстояния до центра вихря. Теоретические аргументы, подтвержденные экспериментом и численным моделированием, показывают, что скорость  $U$  не зависит от расстояния до центра вихря. Этот результат получен для однородной системы, когда все параметры, определяющие турбулентность, не зависят от координат. Неоднородность этих параметров приводит к искажению профиля вихря и возникновению действующей на него силы. Задача состоит в вычислении этих эффектов для слабо неоднородных коэффициента трения о дно  $\alpha$  и мощности внешней силы на единицу массы  $\epsilon$ .

Двумерная турбулентность возбуждается при больших числах Рейнольдса в тонких пленках жидкости, где масштабы флуктуаций потока намного больше толщины пленки [1]. Пионерские теоретические работы [2–4], продемонстрировали существенное различие между трехмерной турбулентностью и двумерной. Основная особенность двумерного турбулентного течения, возбуждаемого внешней силой (накачкой), заключается в возникновении обратного каскада энергии, который формируется наряду с прямым каскадом энтропии [5]. После включения накачки пространственный масштаб флуктуаций скорости увеличивается с течением времени, пока этот рост не будет остановлен либо трением о дно, либо размером ячейки.

В последнем случае в ячейке могут появиться когерентные вихри. Экспериментально когерентные вихри наблюдались в работах [6, 7], при численном моделировании они были обнаружены в работах [8–10]. В последней работе установлен плоский профиль скорости когерентного вихря и приведены аргументы, объясняющие его возникновение. Дальнейшие аналитические исследования, смотри работы [11–15], подтвердили универсальность плоского профиля и связали его существование с пассивным (квазилинейным) характером флуктуаций течения внутри когерентного вихря.

Когерентные вихри поддерживаются мелкомасштабными флуктуациями, возбуждаемыми внешней силой. Мы предполагаем, что сила действует постоянно, либо являясь статической, либо хаотически меняясь со временем. В последнем случае статистические свойства силы предполагаются не зависящими от времени. Флуктуации скорости течения внутри когерентного вихря существенно зависят от средней скорости вихря  $U$ .

Чтобы установить основные особенности флуктуаций внутри когерентного вихря, удобно работать в системе отсчета, привязанной к центру когерентного вихря. Эксперименты и численное моделирование показывают, что в системе отсчета среднее течение изотропно. Следовательно, его скорость может быть охарактеризована полярной составляющей скорости

$U(r)$ , где  $r$  – расстояние до точки наблюдения от центра вихря. Общая скорость потока жидкости внутри вихря может быть представлена как сумма средней скорости и скорости  $v$  флуктуаций.

Уравнения для средней скорости вихря  $U$  могут быть получены после усреднения по флуктуациям уравнения Навье-Стокса. В стационарном случае они имеют вид

$$\alpha U = -(\partial_r + 2/r)(\Pi - \nu\Sigma). \quad (1)$$

Здесь  $\alpha$  – коэффициент трения о дно,  $\nu$  – коэффициент кинематической вязкости,  $\Sigma$  – локальный темп сдвига среднего течения

$$\Sigma = \partial_r U - U/r,$$

и  $\Pi$  – недиагональная компонента тензора напряжений Рейнольдса

$$\Pi = \langle v_\varphi v_r \rangle,$$

где  $v_r$  и  $v_\varphi$  – радиальная и полярная компоненты флуктуирующей скорости.

Как было показано в работах [10, 12]

$$\Pi = \epsilon/\Sigma, \quad (2)$$

где  $\epsilon$  – мощность внешней силы на единицу массы. Подставляя выражение (2) в формулу (1), мы получаем замкнутое уравнение на  $U$ . В пренебрежение вязкостью (которая существенна только в коре вихря, при малых  $r$ ), мы находим решение

$$U = \sqrt{3\epsilon/\alpha}, \quad (3)$$

не зависящее от  $r$ .

Мы предлагаем обобщить рассмотренное решение на слабо неоднородный случай, когда коэффициент трения о дно  $\alpha$  и мощность внешней силы на единицу массы  $\epsilon$  слабо зависят от координат. Это значит, что внутри вихря их можно разложить в ряд Тейлора по координатам, сохраняя нулевой и первый члены разложения. Нас будут интересовать эффекты, связанные с первым членом разложения.

Для слабо зависящей от координат  $\epsilon$  по-прежнему справедливо локальное соотношение (2), но вихрь теперь слегка исказится, потеряв свою изотропию. Поэтому уравнение (1) надо будет модифицировать, оно останется при этом локальным. После решения мо-

дифицированного уравнения можно найти искаженный профиль скорости. Вычисляя поток импульса, направленный к центру вихря, можно найти силу, действующую на вихрь.

- 
- [1] G. Boffetta and R. E. Ecke, *Annual Review of Fluid Mechanics*, **44**, 427 (2012).
- [2] R. H. Kraichnan, *Phys. Fluids*, **10**, 1417 (1967).
- [3] C. E. Leith, *Phys. Fluids*, **11**, 671 (1968).
- [4] G. K. Batchelor, *Phys. Fluids*, **12**, 233 (1969).
- [5] R. H. Kraichnan and D. Montgomery, *Rep. Prog. Phys.* **43**, 547 (1980).
- [6] H. Xia, M. Shats, and G. Falkovich, *Phys. Fluids* **21**, 125101 (2009).
- [7] A. V. Orlov, M. Yu. Brazhnikov, A.A.Levchenko, Письма в ЖЭТФ **107**, 166 (2018) [*JETP Letters* **107**, 157 (2018)].
- [8] D. Molenaar, H.J.H. Clercx, G.J.F. van Heijst, *Physica D* **196**, 329 (2004).
- [9] M. Chertkov, C. Connaughton, I. Kolokolov, and V. Lebedev, *Phys. Rev. Lett.*, **99**, 084501 (2007).
- [10] J. Laurie, G. Boffetta, G. Falkovich, I. Kolokolov, and V. Lebedev, *Phys. Rev. Lett.*, **113**, 254503 (2014).
- [11] I.V. Kolokolov and V.V. Lebedev, Письма в ЖЭТФ, **101**, 181 (2015) [*JETP Letters*, **101**, 164 (2015)]
- [12] I. V. Kolokolov and V. V. Lebedev, *Physical Review E*, **93**, 033104 (2016).
- [13] I. V. Kolokolov and V. V. Lebedev, *Journal of Fluid Mechanics*, **809**, R2 (2016).
- [14] A. Frishman, J. Laurie, G. Falkovich, *Phys. Rev. Fluids* **2**, 032602 (2017).
- [15] I.V. Kolokolov, V.V. Lebedev, Письма в ЖЭТФ, **106**, 633-636 (2017) [I.V. Kolokolov, V.V. Lebedev, *JETP Lett.*, **106**, 659-661 (2017)],