Летняя школа по теоретической физике ИТФ имени Ландау РАН

# ЭФФЕКТ БЛИЗОСТИ В ГЕТЕРОСТРУКТУРАХ СВЕРХПРОВОДНИК/МАГНЕТИК

*Студент:* Корнев Артем Владимирович
*Научный руководитель:* Бобкова Ирина Вячеславовна

## Введение

В данной работе был изучен эффект близости в контактах моноатомных слоёв сверхпроводника и магнетиков с различным типом магнитного упорядочения. Были рассмотрены ферромагнетик, антиферромагнетик и ферримагнетик, два последних — с шахматным порядком намагниченности. В формализме уравнений Боголюбова –де Женна, полученных из гамильтониана микроскопической теории БКШ в приближении сильной связи, найден самосогласованный параметр порядка несколькими численными методами, а так же рассчитаны аномальные функции Грина для синглетных и триплетных корреляций.

Были получены общеизвестные результаты зависимости параметра порядка объемного сверхпроводника от температуры, а также для ферромагнетика — семейство кривых зависимости параметра порядка от величины обменного поля при различных температурах, определена критическая температура.

Для изучения контактов антиферромагнетиков и ферромагнетиков со сверхпроводником были переписаны уравнения Боголюбова — де Женна в двухрешеточной форме. Получены зависимости критической температуры от величины обменного поля для разных типов магнетиков, проведено сравнение и обнаружено два режима в зависимости от величины химического потенциала. Рассчитан параметр порядка на двух подрешетках в зависимости от величины намагниченности одной из подрешеток. Для ферромагнетика был получен неравный на двух подрешетках («гофрированный») параметр порядка. Такое сверхпроводящее состояние не реализуется в случае эквивалентных подрешеток как с ферромагнитным, так и с антиферромагнитным типом магнитного упорядочения. Исследована разность параметра порядка на подрешетках и её поведение в зависимости от соотношения намагниченности на подрешётках. Также получены зависимости аномальных гриновских функций синглетных и триплетных корреляций от намагниченности для разных ферримагнетиков и проведено сравнение с ферро- и антиферромагнетиком.

## Теория

В следующих параграфах будет изложено краткое теоретическое введение.

### Гамильтониан БКШ. Приближение сильной связи. Уравнения Боголюбова – де Женна.

Мы стартуем с гамильтониана теории сверхпроводимости Бардина – Купера – Шриффера (БКШ), записанного в приближении сильной связи:

$$\hat{H} = -t\sum_{\langle \boldsymbol{i},\boldsymbol{j}\rangle,\sigma}\hat{c}^{\dagger}_{\boldsymbol{i}\sigma}\hat{c}_{\boldsymbol{j}\sigma} + \sum_{\boldsymbol{i}}\left(\Delta_{\boldsymbol{i}}\hat{c}^{\dagger}_{\boldsymbol{i},\uparrow}\hat{c}^{\dagger}_{\boldsymbol{i},\downarrow} + \Delta^{*}_{\boldsymbol{i}}\hat{c}_{\boldsymbol{i},\uparrow}\hat{c}_{\boldsymbol{i},\downarrow}\right) - \mu\sum_{\boldsymbol{i}\sigma}\hat{n}_{\boldsymbol{i}\sigma} + \sum_{\boldsymbol{i}\alpha\beta}\hat{c}^{\dagger}_{\boldsymbol{i}\alpha}(\mathbf{m}_{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{\sigma})_{\alpha\beta}\hat{c}_{\boldsymbol{i}\beta} \quad (1)$$

Здесь индексы $\boldsymbol{i},\boldsymbol{j}$ нумеруют узлы кристаллической решетки, а индексы $\sigma,\alpha,\beta$ — направление спина, $\langle \boldsymbol{i},\boldsymbol{j}\rangle$ означает суммирование по ближайшим соседям, $t$ — величина, задающая характерный масштаб кинетической энергии, переносимой «прыжком» электрона между соседними атомами, $\hat{c}^{\dagger}_{\boldsymbol{i}\sigma}, \hat{c}_{\boldsymbol{i}\sigma}$ — операторы рождения и уничтожения электрона, $\Delta_{\boldsymbol{i}}$ — параметр порядка, $\mu$ — химический потенциал, $\hat{n}_{\boldsymbol{i}\sigma} = \hat{c}^{\dagger}_{\boldsymbol{i}\sigma}\hat{c}_{\boldsymbol{i}\sigma}$ — оператор числа частиц, $\mathbf{m}_{\boldsymbol{i}}$ — вектор намагниченности (обменного поля), $\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix}\sigma_x\\ \sigma_y\\ \sigma_z\end{pmatrix}$ — вектор матриц Паули.

Переходим к операторам рождения и уничтожения боголюбовских квазичастиц $\hat{b}^{\dagger}_n, \hat{b}_n$ посредством преобразований Боголюбова:

$$\hat{c}_{\boldsymbol{i}\sigma} = \sum_n u^{\boldsymbol{i}}_{n\sigma}\hat{b}_n + v^{\boldsymbol{i}*}_{n\sigma}\hat{b}^{\dagger}_n, \quad (2)$$

здесь $n$ — номер электронного состояния, а величины $u^{\boldsymbol{i}}_{n\sigma}, v^{\boldsymbol{i}}_{n\sigma}$ физически означают «долю» электрона в состоянии «электрона» и «дырки» на узле $\boldsymbol{i}$ соответственно. Эти величины связаны соотношением нормировки:

$$\sum_{\boldsymbol{i}}\left|u^{\boldsymbol{i}}_{n,\sigma}\right|^2 + \left|v^{\boldsymbol{i}}_{n,\sigma}\right|^2 = 1. \quad (3)$$

После подстановки преобразований Боголюбова получаем уравнения Боголюбова – де Женна:

$$-\mu u^{\boldsymbol{i}}_{n,\sigma} - t\sum_{\langle \boldsymbol{i}\rangle}u^{\boldsymbol{j}}_{n,\sigma} + \sigma\Delta_{\boldsymbol{i}}v^{\boldsymbol{i}}_{n,-\sigma} + (\mathbf{m}_{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{\sigma})_{\sigma\alpha}u^{\boldsymbol{i}}_{n,\alpha} = \varepsilon_n u^{\boldsymbol{i}}_{n,\sigma}, \quad (4)$$

$$-\mu v^{\boldsymbol{i}}_{n,\sigma} - t\sum_{\langle \boldsymbol{i}\rangle}v^{\boldsymbol{j}}_{n,\sigma} + \sigma\Delta^{*}_{\boldsymbol{i}}u^{\boldsymbol{i}}_{n,-\sigma} + (\mathbf{m}_{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{\sigma}^{*})_{\sigma\alpha}v^{\boldsymbol{i}}_{n,\alpha} = -\varepsilon_n v^{\boldsymbol{i}}_{n,\sigma}, \quad (5)$$

где $\langle \boldsymbol{i}\rangle$ в «прыжковом» слагаемом означает суммирование по ближайшим соседям атома в $\boldsymbol{i}$-ом узле, $\varepsilon_n$ — энергия $n$-го состояния. Можно показать, что в пределе не слишком больших импульсов «прыжковое» слагаемое переходит в общепринятое $p^2/2m$.

## Уравнение самосогласования

Параметр порядка должен удовлетворять уравнению самосогласования:

$$\Delta_i = \lambda\langle \hat{c}_{i\downarrow}\hat{c}_{i\uparrow}\rangle = \lambda \sum_n \left(u^i_{n,\downarrow} v^{i*}_{n,\uparrow}(1-f_n) + u^i_{n,\uparrow} v^{i*}_{n,\downarrow} f_n\right), \tag{6}$$

где $\lambda$ — энергетическая константа спаривания, $f_n = \langle \hat{b}_n^\dagger \hat{b}_n\rangle = 1/(1+\exp \varepsilon_n/T)$ — распределение Ферми – Дирака.

## Аномальная функция Грина. Синглетные и триплетные корреляции.

Аномальная функция Грина в мацубаровском представлении:

$$F_{\boldsymbol{ii},\alpha\beta}(\tau) = -\langle T_\tau \hat{c}_{\boldsymbol{i}\alpha}(\tau)\hat{c}_{\boldsymbol{i}\beta}(0)\rangle, \tag{7}$$

где $\tau$ — так называемое мнимое время, $T_\tau$ — хронологическое упорядочение операторов.

Мацубаровский оператор уничтожения:

$$\hat{c}_{\boldsymbol{i}\sigma}(\tau) = \sum_n u^{\boldsymbol{i}}_{n\alpha}\hat{b}_n e^{-\varepsilon_n\tau} + v^{\boldsymbol{i}*}_{n\alpha}\hat{b}_n^\dagger e^{\varepsilon_n\tau}. \tag{8}$$

После подстановки получаем $F_{\boldsymbol{ii},\alpha\beta}(\tau)$ в виде:

$$F_{\boldsymbol{ii},\alpha\beta}(\tau) = -\sum_n \left\{u^{\boldsymbol{i}}_{n\alpha} v^{\boldsymbol{i}*}_{n\beta}(1-f_n)\, e^{-\varepsilon_n\tau} + v^{\boldsymbol{i}*}_{n\alpha} u^{\boldsymbol{i}}_{n\beta} f_n\, e^{\varepsilon_n\tau}\right\}. \tag{9}$$

Удобнее работать с Фурье-компонентами, то есть перейти от мнимого времени к мацубаровским частотам $\omega_m = \pi T(2m+1)$:

$$F_{\boldsymbol{ii},\alpha\beta}(\omega_m) = \int_0^{\frac{1}{T}} F_{\boldsymbol{ii},\alpha\beta}(\tau)\, e^{\mathrm{i}\omega_m\tau}\, d\tau, \tag{10}$$

Итого получаем:

$$F_{\boldsymbol{ii},\alpha\beta}(\omega_m) = \sum_n \left\{\frac{u^{\boldsymbol{i}}_{n\alpha} v^{i*}_{n\beta}}{\mathrm{i}\omega_m - \varepsilon_n} + \frac{v^{\boldsymbol{i}*}_{n\alpha} u^{i}_{n\beta}}{\mathrm{i}\omega_m + \varepsilon_n}\right\}. \tag{11}$$

Интересующая нас аномальная функция Грина ($\tau = 0$) может быть получена суммированием по положительным мацубаровским частотам:

$$F_{\boldsymbol{ii},\alpha\beta} = \sum_{\omega_m>0} F_{\boldsymbol{ii},\alpha\beta}(\omega_m). \tag{12}$$

Матрица, составленная из всевозможных спиновых компонент аномальной функции Грина, может быть представлена через функции синглетных $F^s$ и триплетных $\mathbf{F}^t$ корреляций:

$$F_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} F_{\uparrow\uparrow} & F_{\uparrow\downarrow} \\ F_{\downarrow\uparrow} & F_{\downarrow\downarrow}\end{pmatrix} = (F^s + \mathbf{F}^t\boldsymbol{\sigma})\cdot \mathrm{i}\sigma_y. \tag{13}$$

## Модель. Постановка задачи.

Рассмотрим простейшую моделью тонкопленочного бислоя сверхпроводник/магнетик.

Пусть имеется два моноатомных плоских слоя сверхпроводника и магнетика (изолятора). Будем считать, что атомы расположены в узлах квадратной кристаллической решётки с периодом $a$, причем слои наложены друг на друга таким образом, что узлы решеток из разных слоев находятся друг напротив друга. Это позволяет нумеровать место в контакте двух слоев одним лишь индексом узла $\boldsymbol{i}$, то есть использовать одинаковую нумерацию и для параметра порядка в сверхпроводнике и для вектора обменного поля в магнетике.

В качестве исследуемых бислоёв будем рассматривать объёмный сверхпроводник, а также контакты со сверхпроводником: ферромагнетик с однородной намагниченностью $\mathbf{m}_i = M\mathbf{e}_z$ и магнетики с шахматным порядком намагниченности на подрешётках A и B: антиферромагнетик ($M^B = -M^A$), и ферримагнетики ($M^B = f \cdot M^A$). Где $f$ — степень неэквивалентности подрешёток, для ферримагнетиков, встречающихся в природе, $f < 0$.

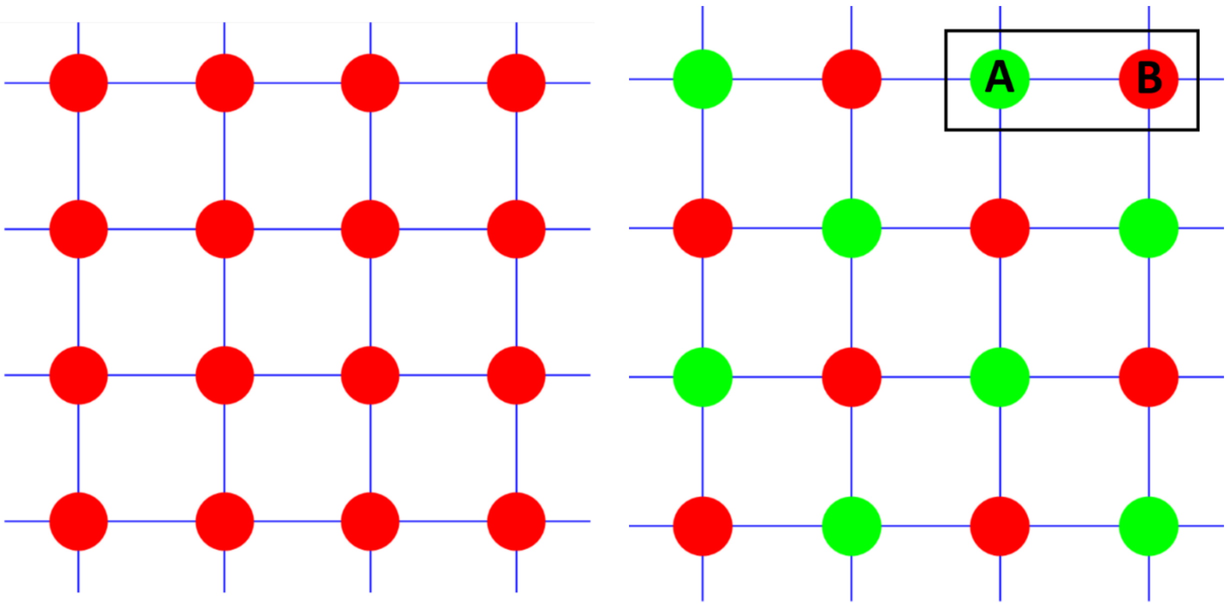



**Рис. 1**. Двумерная сетка атомов. Линиями соединены ближайшие соседи, между которыми возможны прыжки. На рисунке слева сетка для однородной намагниченности, справа — для шахматного упорядочения.

## Преобразование Фурье. Переход к импульсному представлению.

Поскольку задача существенно однородна (в случае антиферромагнетика и ферримагнетика — однородна на каждой из подрешёток), то целесообразно перейти к импульсному представлению. Для этого воспользуемся преобразование Фурье:

$$u^{\boldsymbol{i}}_{n,\sigma} = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint\limits_{BZ_1} d^2\mathbf{p}\, u_{n\sigma}(\mathbf{p})\, e^{-i(\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}_i)}\,, \tag{14}$$

$$u_{n\sigma}(\mathbf{p}) = \sum_{\boldsymbol{i}} u^{\boldsymbol{i}}_{n,\sigma}\, e^{i(\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}_{\boldsymbol{i}})}, \tag{15}$$

где интегрирование проводится по первой зоне Бриллюэна.

После применения преобразования Фурье получаем из уравнений Боголюбова – де Женна (4), (5):

$$\left(-\mu - 2t\left[\cos p_x a + \cos p_y a\right]\right)u_{n\sigma}(\mathbf{p}) + \sigma\Delta_{\boldsymbol{i}} v_{n,-\sigma}(\mathbf{p}) + (\mathbf{m}_{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{\sigma})_{\sigma\alpha} u_{n\alpha}(\mathbf{p}) = \varepsilon_n u_{n\sigma}(\mathbf{p}), \tag{16}$$

$$\left(-\mu - 2t\left[\cos p_x a + \cos p_y a\right]\right)v_{n\sigma}(\mathbf{p}) + \sigma\Delta^*_{\boldsymbol{i}} u_{n,-\sigma}(\mathbf{p}) + (\mathbf{m}_{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{\sigma}^*)_{\sigma\alpha} v_{n\alpha}(\mathbf{p}) = -\varepsilon_n v_{n\sigma}(\mathbf{p}). \tag{17}$$

Эти уравнения представляют собой уравнения на собственные вектора $(u_{n\uparrow} \quad u_{n\downarrow} \quad v_{n\uparrow} \quad v_{n\downarrow})^{\mathrm{T}}$ и собственные числа $\varepsilon_n$.

Матрица этой системы имеет вид:

$$\begin{pmatrix} \begin{matrix}(\mathbf{m}_{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{\sigma})_{\uparrow\uparrow} - \mu \\ -2t\left[\cos p_x a + \cos p_y a\right]\end{matrix} & (\mathbf{m}_{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{\sigma})_{\uparrow\downarrow} & 0 & \Delta \\ (\mathbf{m}_{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{\sigma})_{\downarrow\uparrow} & \begin{matrix}(\mathbf{m}_{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{\sigma})_{\downarrow\downarrow} - \mu \\ -2t\left[\cos p_x a + \cos p_y a\right]\end{matrix} & -\Delta & 0 \\ 0 & -\Delta^* & \begin{matrix}-(\mathbf{m}_{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{\sigma}^*)_{\uparrow\uparrow} + \mu \\ +2t\left[\cos p_x a + \cos p_y a\right]\end{matrix} & -(\mathbf{m}_{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{\sigma}^*)_{\uparrow\downarrow} \\ \Delta^* & 0 & -(\mathbf{m}_{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{\sigma}^*)_{\downarrow\uparrow} & \begin{matrix}-(\mathbf{m}_{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{\sigma}^*)_{\downarrow\downarrow} + \mu \\ +2t\left[\cos p_x a + \cos p_y a\right]\end{matrix} \end{pmatrix} \tag{18}$$

Таким образом, для решения уравнений Боголюбова – де Женна требуется выбрать некоторый «затравочный» параметр порядка, затем для каждого значения импульса из первой зоны Бриллюэна найти собственные вектора и собственные числа и пересчитать параметр порядка с помощью уравнения согласования:

$$\Delta = \frac{1}{(2\pi)^2}\sum_n \iint\limits_{BZ_1} d^2\mathbf{p}\,\left\{ u_{n\downarrow}(\mathbf{p})v^*_{n,\uparrow}(\mathbf{p})\left(1 - f_n(\mathbf{p})\right) + u_{n,\uparrow}(\mathbf{p})v^*_{n,\downarrow}(\mathbf{p})f_n(\mathbf{p})\right\}. \tag{19}$$

Повторяя данную процедуру для нового значения параметра порядка и продолжая итерации до достижения заданной точности, получим самосогласованный параметр порядка. При этом итерационный процесс будет сходиться к одному из возможных решений. Как было выяснено в работе, итерационный процесс «притягивается» к устойчивым решениям (на которых реализуется минимум свободной энергии) и «отталкивается» от абсолютно неустойчивых (максимум свободной энергии).

В случае двух подрешёток ситуация усложняется несущественно: вместо двух функций $u_{n\sigma}(\mathbf{p}), v_{n,\sigma}(\mathbf{p})$ и одного параметра порядка $\Delta$ теперь нужно писать уравнения на четыре (по две на каждую подрешётку): $u^A_{n\sigma}(\mathbf{p}), v^A_{n,\sigma}(\mathbf{p}), u^B_{n\sigma}(\mathbf{p}), v^B_{n,\sigma}(\mathbf{p})$ и два параметра порядка $\Delta^{\mathrm{A}}, \Delta^B$.

## Объёмный сверхпроводник

Численным методом была получена зависимость параметра порядка от температуры $\Delta(T)$ при выборе параметров задачи $\lambda = -0.8, \mu = 0.5$ (такой выбор достаточно оптимален, поскольку необходимо чтобы $\Delta$ была достаточно мала, но в энергетический масштаб $\Delta$ помещалось достаточное число ($\gg$1) состояний). См. рисунок 2.

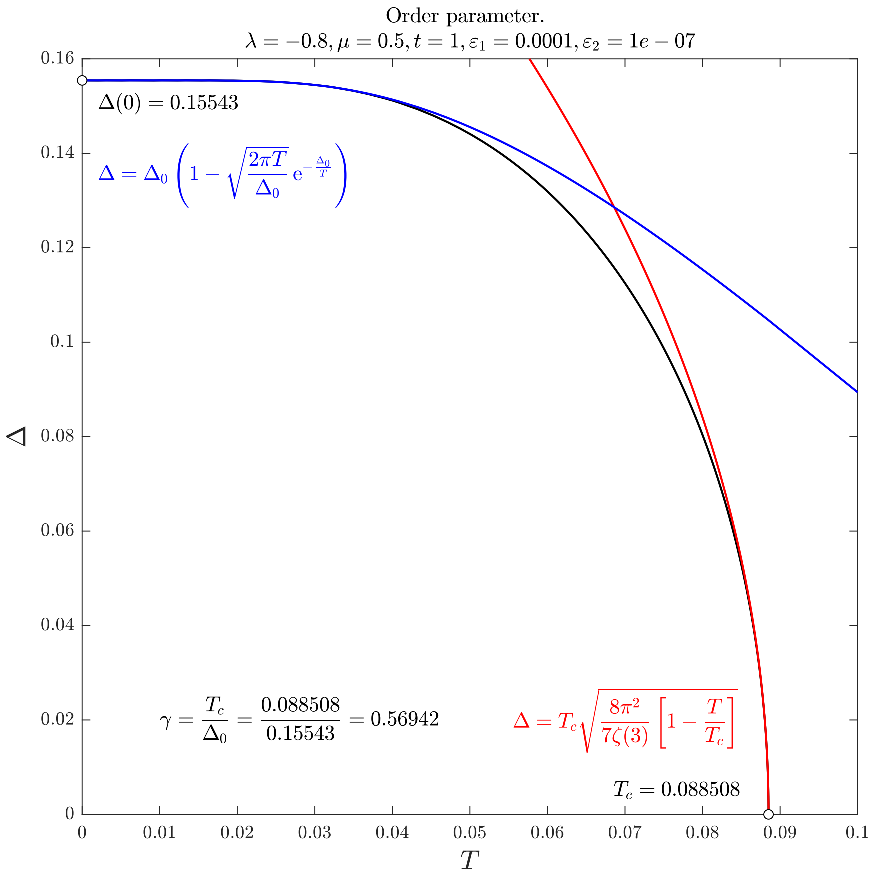



**Рис. 2**. Зависимость параметра порядка от температуры в случае объёмного сверхпроводника ($M = 0$).

По мере приближения к критической температуре сверхпроводимость постепенно ослабляется и разрушается. Полученная зависимость согласуется с известными аналитическими приближениями* в низкотемпературной области и в области вблизи критической температуры:

$$\Delta = \Delta_0 \left(1 - \sqrt{\frac{2\pi T}{\Delta_0}} e^{-\frac{\Delta_0}{T}}\right), \qquad T \ll T_c \tag{20}$$

$$\Delta = T_c \sqrt{\frac{8\pi^2}{7\zeta(3)} \left[1 - \frac{T}{T_c}\right]}, \qquad T \approx T_c \tag{21}$$

* См. [1] § 45.3: «Зависимость величины энергетической щели от температуры», [2] § 40: «Сверхтекучий ферми-газ. Термодинамические свойства.»

## Ферромагнетик

Для однородно намагниченного ферромагнетика получены зависимости параметра порядка от величины обменного поля $\Delta(M)$ при различных значениях температуры $T$.

На рисунке 3 видно, что кривые, соответствующие некоторым температурам, имеют области неоднозначности значения параметра порядка $\Delta$. Это объясняется тем, что уравнению согласования удовлетворяют как устойчивые, так и абсолютно неустойчивые решения.

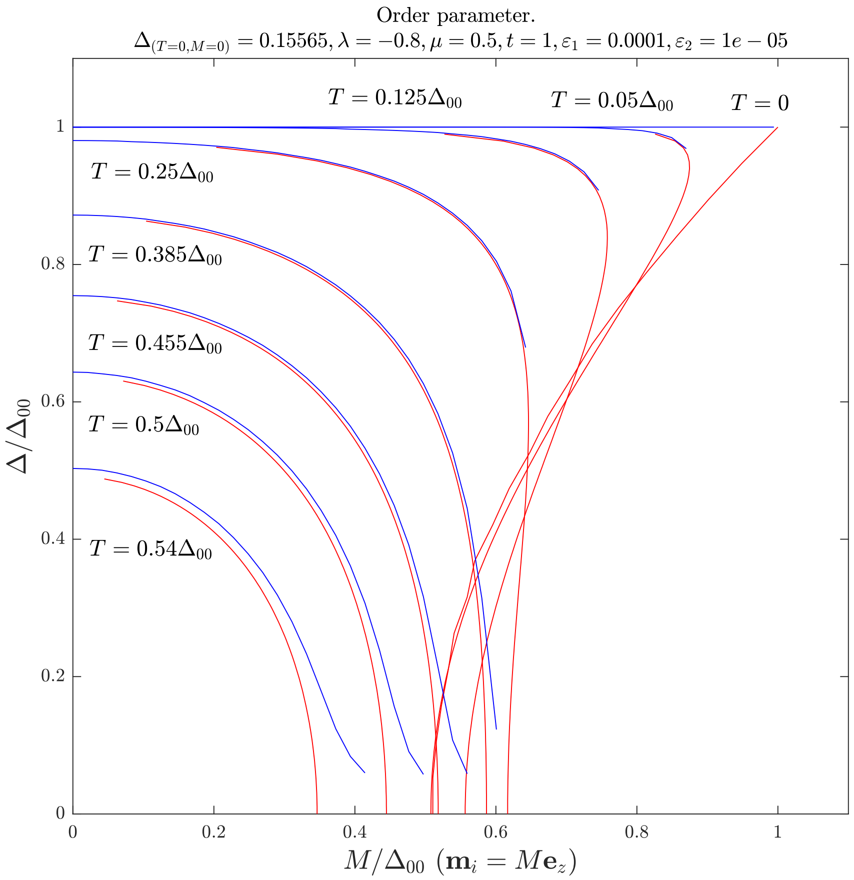



**Рис. 3**. Зависимость параметра порядка от обменного поля $\Delta(M)$ при различных значениях температуры $T$. Контакт с ферромагнетиком. Нормированный график.
Синим и красным обозначены две кривые, полученные разными методами: итерационный процесс самосогласования и бинарный поиск соответственно.

Кривые, изображенные синей линией, получены итерационным методом, обрываются в точке перегиба кривой, отвечают минимуму свободной энергии.

Красные кривые получены методом бинарного поиска, заключающегося в поиске точки пересечения $T(\Delta)$ искомой зависимости с прямой постоянного $\Delta$, по обе стороны (в точках $T_l$ и $T_r$) от которого изменения $\Delta$ за одну итерацию имеют разные знаки. Этот признак прямо указывает на то, что искомая температура $T(\Delta)$ заключена между двумя значениями температуры $T_l$ и $T_r$ при данном $\Delta$. Этим методом можно найти как устойчивые, так и неустойчивые решения.

Полученный результат согласуется с работой [3][†].

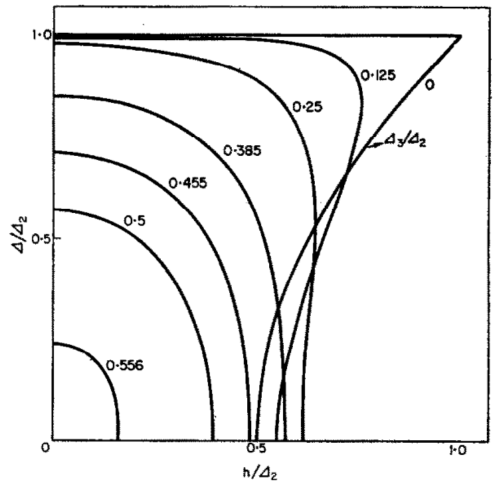



**Рис. 4**. Зависимость параметра порядка от обменного поля $\Delta(h)$ при различных значениях температуры $T$. Контакт с ферромагнетиком. Взято из работы [3].

Также были получены зависимости параметра порядка от температуры $\Delta(T)$ при различных значениях обменного поля $M$. См. рисунок 5.

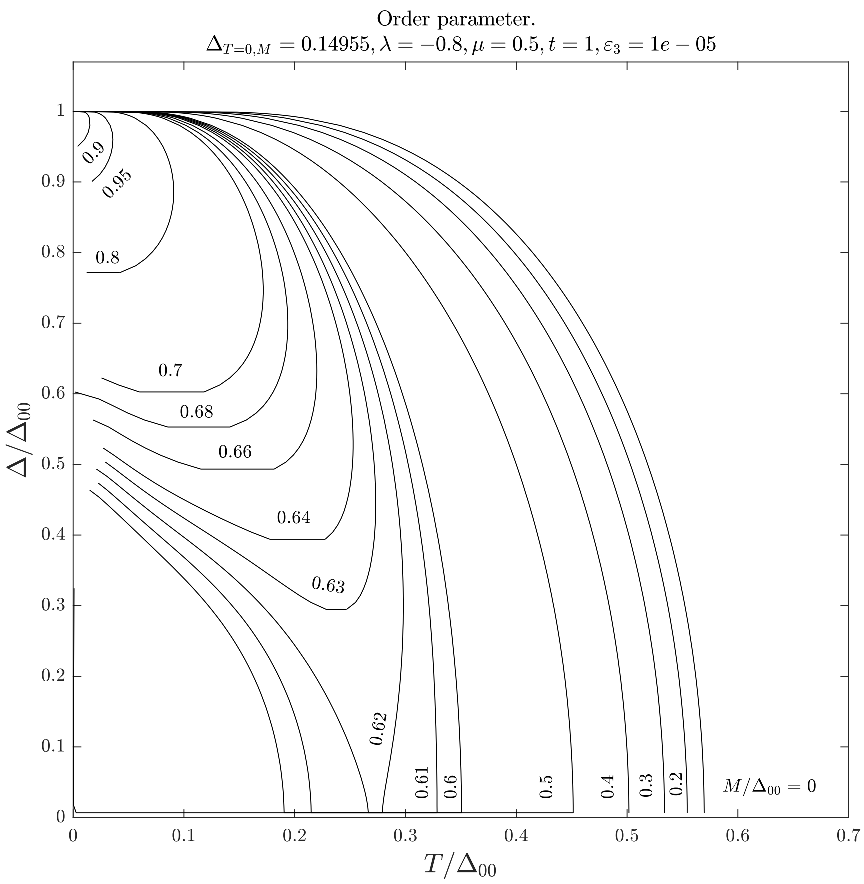



**Рис. 5**. Зависимость параметра порядка от температуры $\Delta(T)$ при различных значениях обменного поля $M$. Контакт с ферромагнетиком. Нормированный график.

† [3] G. Sarma, J. Phys. Chem. Solids **24**, 1029 (1963)

Произведён расчёт критической температуры $T_c$ в зависимости от величины обменного поля $M$. На рисунке 6 начиная с некоторого значения обменного поля наблюдается две ветви зависимости. Синяя ветвь отвечает значениям температуры, на которых обрываются устойчивые решения $\Delta(T)$, изображенные ранее на рисунке 3. Красная ветвь отвечает значениям температуры, при которых параметр порядка обращается в ноль, на участке разветвления она отвечает неустойчивому решению.

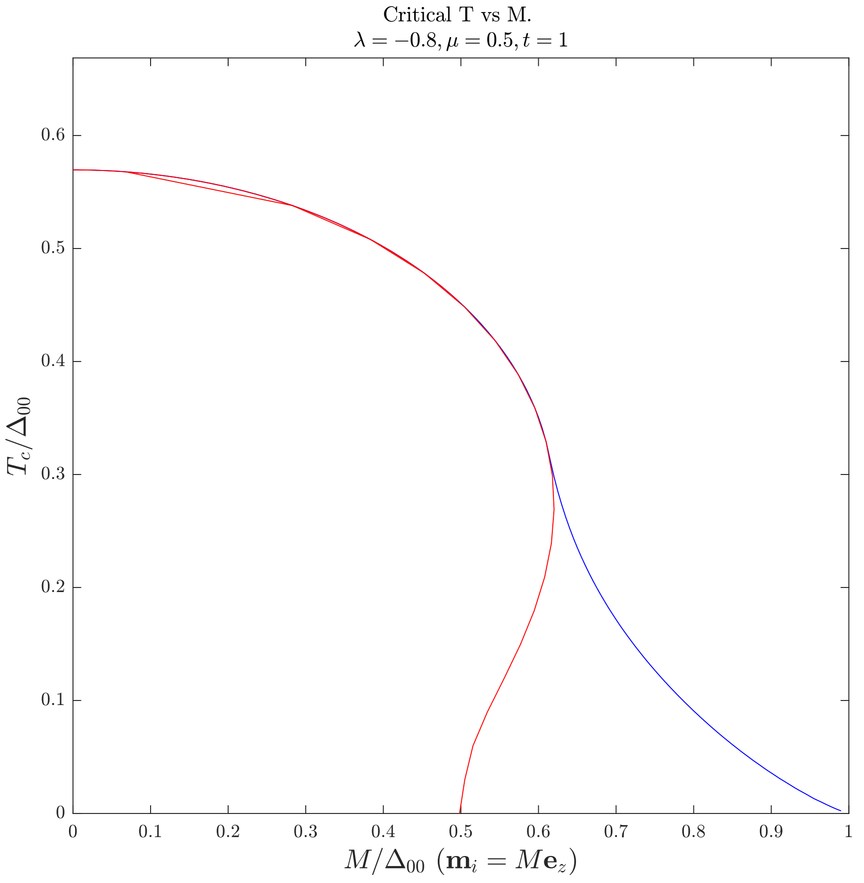



**Рис. 6**. Критическая температура $T_c$ в зависимости от величины обменного поля $M$. Контакт с ферромагнетиком. Нормированный график.

Полученный результат согласуется с работой [3]‡. Однако автор привел более подробное рассмотрение и провел анализ энергий ферромагнитного и парамагнитного состояний, поэтому в качестве ветви II на рисунке 7 изображена кривая, соответствующая энергетически более выгодному парамагнитному состоянию.

‡ [3] G. Sarma, J. Phys. Chem. Solids **24**, 1029 (1963)

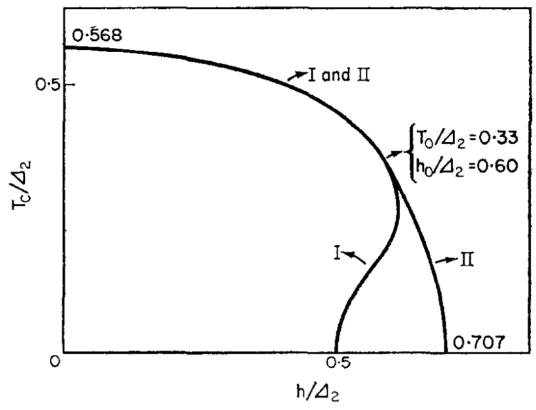



**Рис. 7**. Критическая температура $T_c$ в зависимости от величины обменного поля $h$. Контакт с ферромагнетиком. Нормированный график. Взято из работы [3].

По формулам (11), (13) были рассчитаны аномальные функции Грина синглетных и триплетных корреляций как функции обменного поля. Синглетные корреляции, как и ожидалось, оказали пропорциональны параметру порядка (видно по характерному поведению на рисунке 8), единственная ненулевая $z$-компонента триплетных корреляций с увеличением величины обменного поля сначала растёт, потом падает до нуля одновременно с синглетным, поскольку источником для триплетных пар являются синглетные.

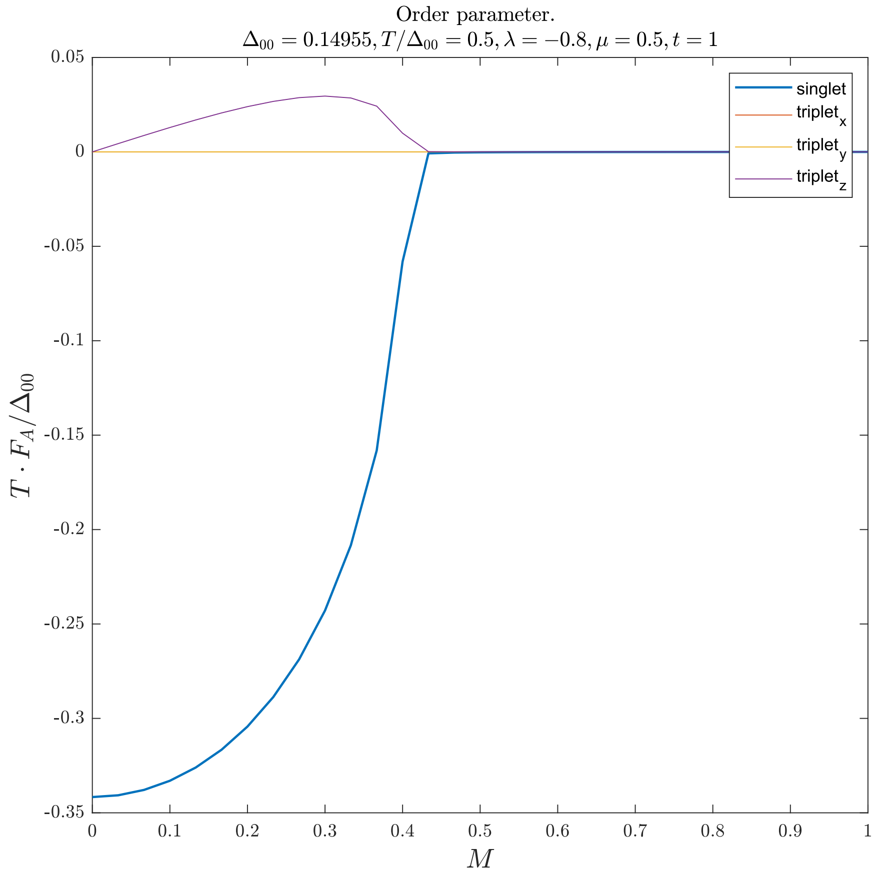



**Рис. 8**. Аномальные функции Грина для синглетных и триплетных корреляций как функции обменного поля. Нормированный график.

## Антиферромагнетик и ферримагнетик

### Критическая температура

Для антиферромагнетика обнаружено два режима сверхпроводимости при разных значениях химического потенциала. Различие режимов заключаются в разном порядке подавления сверхпроводимости по сравнению с ферромагнетиком при тех же условиях. На рисунке 9a сверхпроводимость в контакте с антиферромагнетиком с увеличением обменного поля подавляется слабее, чем в контакте с ферромагнетиком. На рисунке 9b картина меняется: кривая для антиферромагнетика теперь находится по другую сторону от кривой для ферромагнетика.

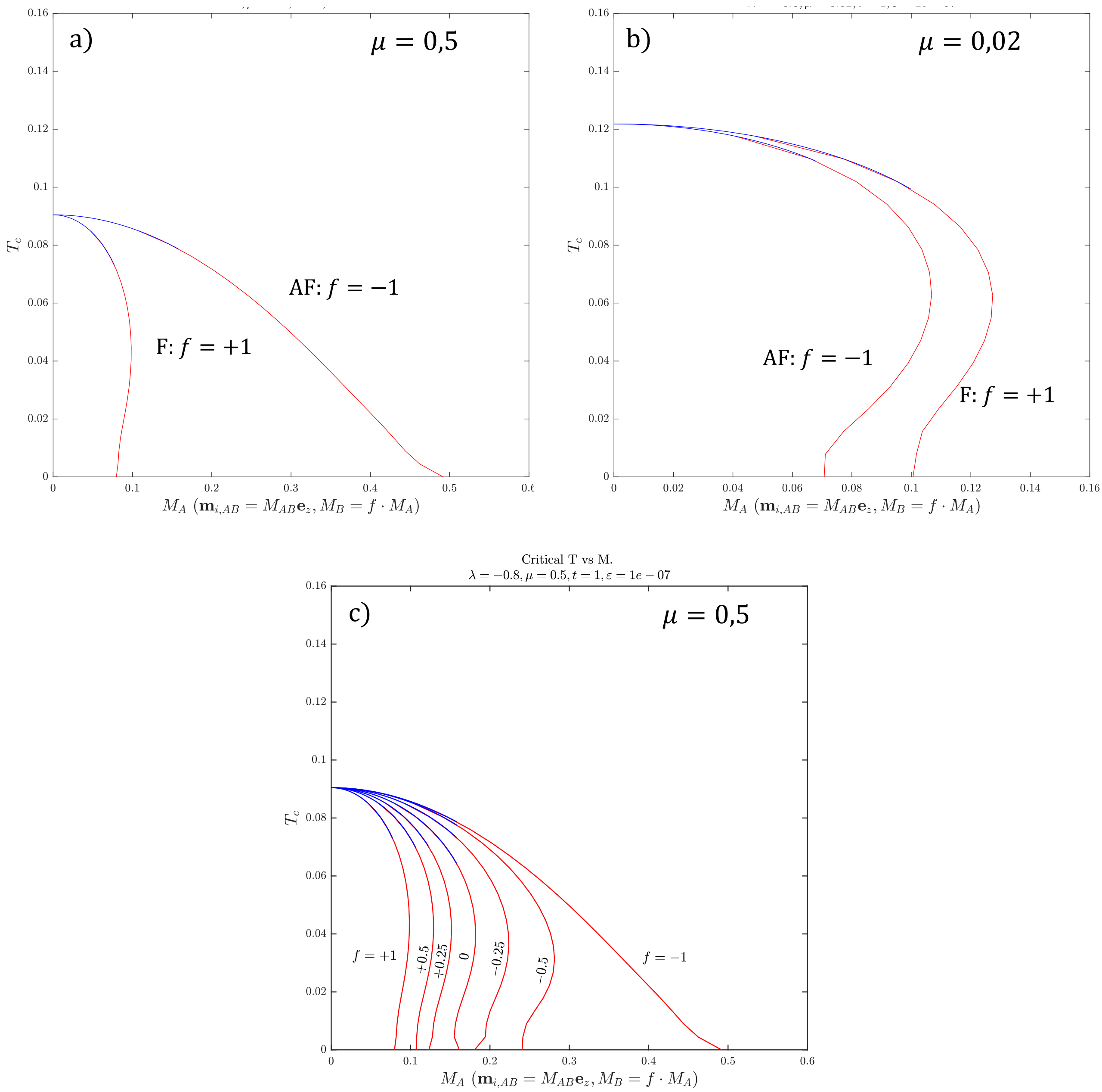



**Рис. 9**. Критическая температура $T_c$ в зависимости от величины обменного поля $M$. Сравнение контакта сверхпроводник/ферромагнетик ($f = +1$) и сверхпроводник/антиферромагнетик ($f = -1$). Два режима при разных значениях химического потенциала. a) $\mu = 0.5$, b) $\mu = 0.02$, c) контакт сверхпроводник/ферримагнетик ($|f| < 1, \mu = 0.5$)

На [рисунке 9c](#) изображены кривые зависимости критической температуры от обменного поля для ферримагнетиков с различными степенями неэквивалентности решёток $f$.

На [рисунке 10](#) изображены кривые для ферримагнетика при разных значениях химического потенциала.

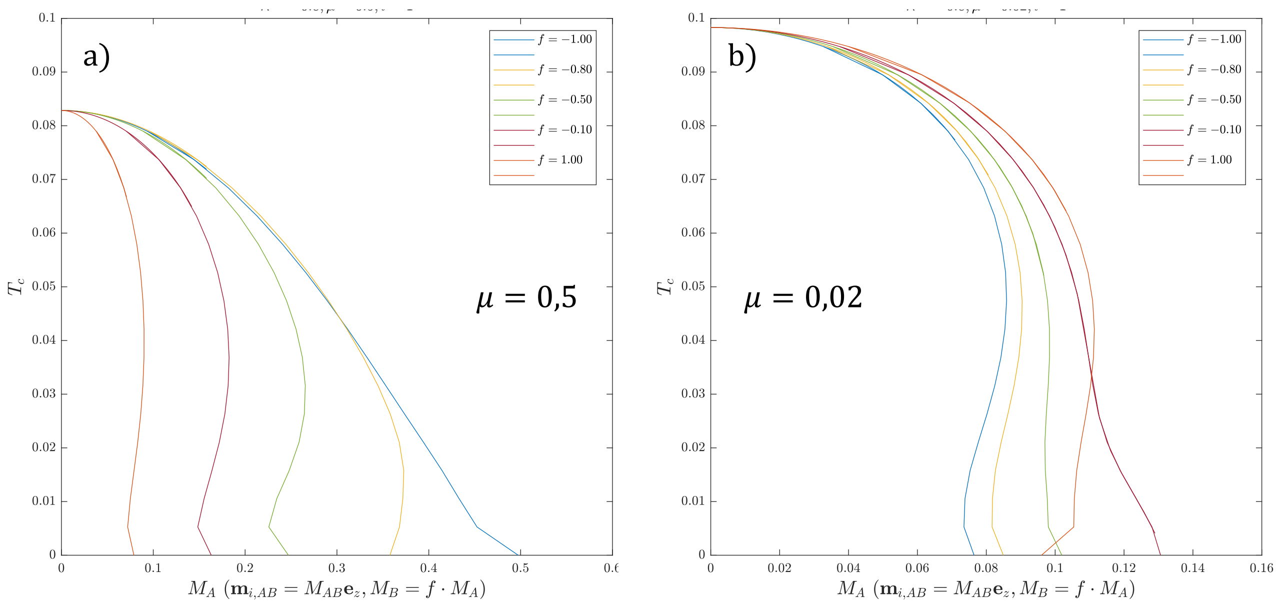



**Рис. 10**. Критическая температура $T_c$ в зависимости от величины обменного поля $M$. Сравнение контактов сверхпроводник/ферромагнетик ($f = +1$), сверхпроводник/антиферромагнетик ($f = -1$) и сверхпроводник/ферримагнетик ($f > 0$). a) $\mu = 0.5$, b) $\mu = 0.02$.

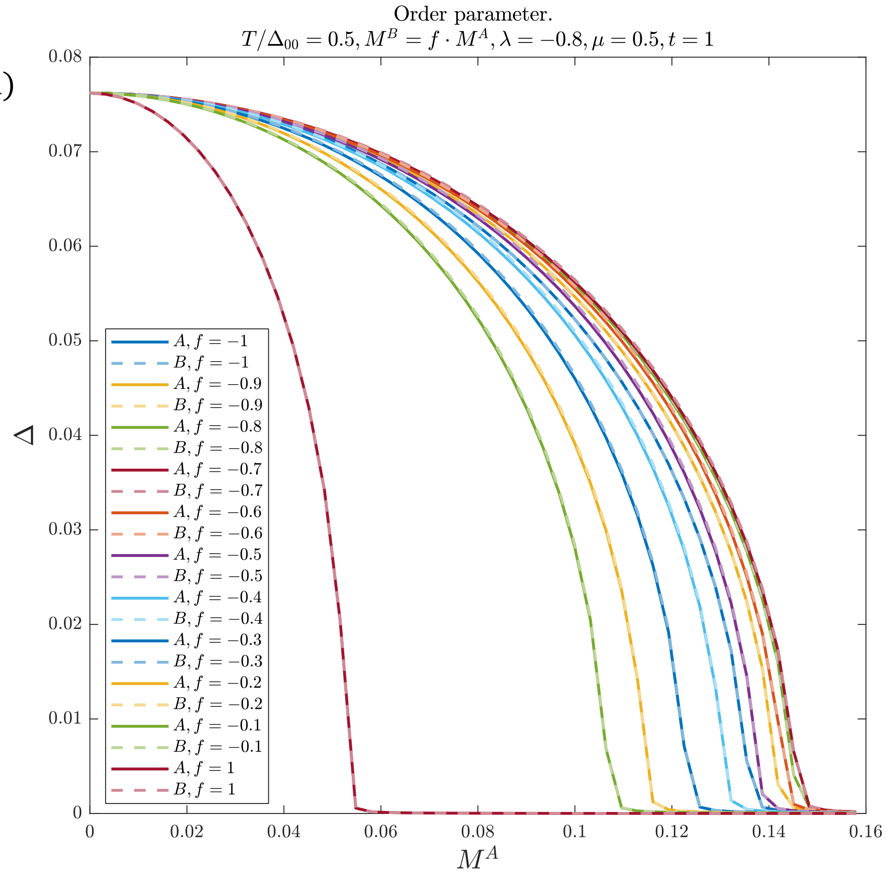
## Параметр порядка

Был рассчитан параметр порядка на двух подрешетках в зависимости от обменного поля на одной из подрешеток. На [рисунке 11a](#). видно, что увеличение по модулю степени неэквивалентности подрешеток $|f|$ сначала ведет к меньшему подавлению сверхпроводимости (то есть существованию сверхпроводимости при больших значениях $M$), но по достижении некоторого значения $f \approx -0.7$ увеличение $|f|$ приводит к обратному эффекту.

Для ферромагнетика был получен неравный на двух подрешетках («гофрированный») параметр порядка. Такое сверхпроводящее состояние не реализуется в случае эквивалентных подрешеток как с ферромагнитным, так и с антиферромагнитным типом магнитного упорядочения.

Исследована разность параметра порядка на подрешетках и её поведение в зависимости от соотношения намагниченности на подрешётках. Аналогичный немонотонный характер проявляет разность параметра порядка на подрешетках при изменении $|f|$. При $f \approx 0.4$ разность имеет максимальную амплитуду, а по приближении к $f = \pm 1$ спадает до нуля. См. [рисунок 11b](#).

a)




b)

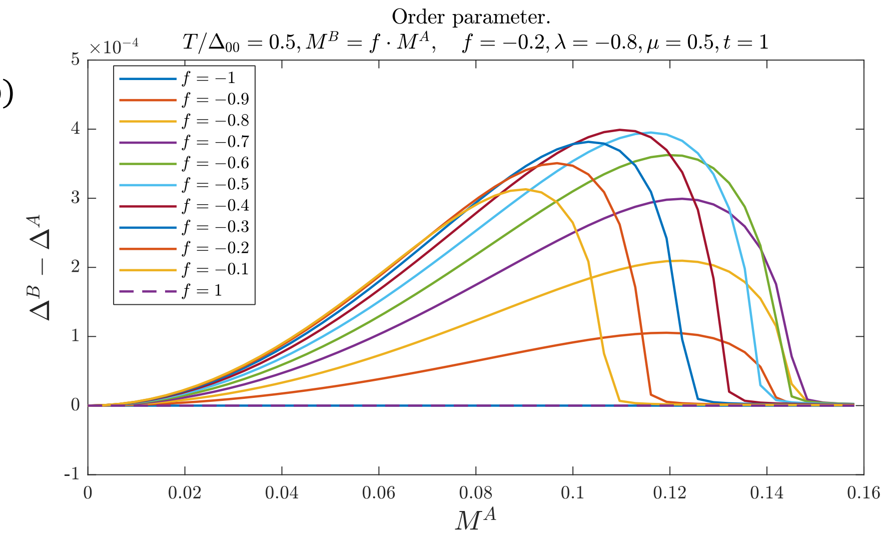



**Рис. 11.** Зависимость параметра порядка от величины обменного поля $M$. Сравнение контактов сверхпроводник/ферромагнетик ($f = +1$), сверхпроводник/антиферромагнетик ($f = -1$) и сверхпроводник/ферримагнетик ($f > 0$). $T/\Delta_{00} = 0{,}5$.
a) параметр порядка на двух подрешетках, b) разность значений параметра порядка на двух подрешетках.

## Синглетные и триплетные корреляции

Также получены зависимости аномальных гриновских функций синглетных и триплетных корреляций от намагниченности для разных ферримагнетиков и проведено сравнение с ферро- и антиферромагнетиком.

Интересно соотношение между триплетными корреляциями разных подрешеток. Для ферромагнетика они тождественно равны, для антиферромагнетика равны по модулю и обратны по знаку, а для ферримагнетика могут принимать различные промежуточные значения (см. рисунок 12 и рисунок 13).

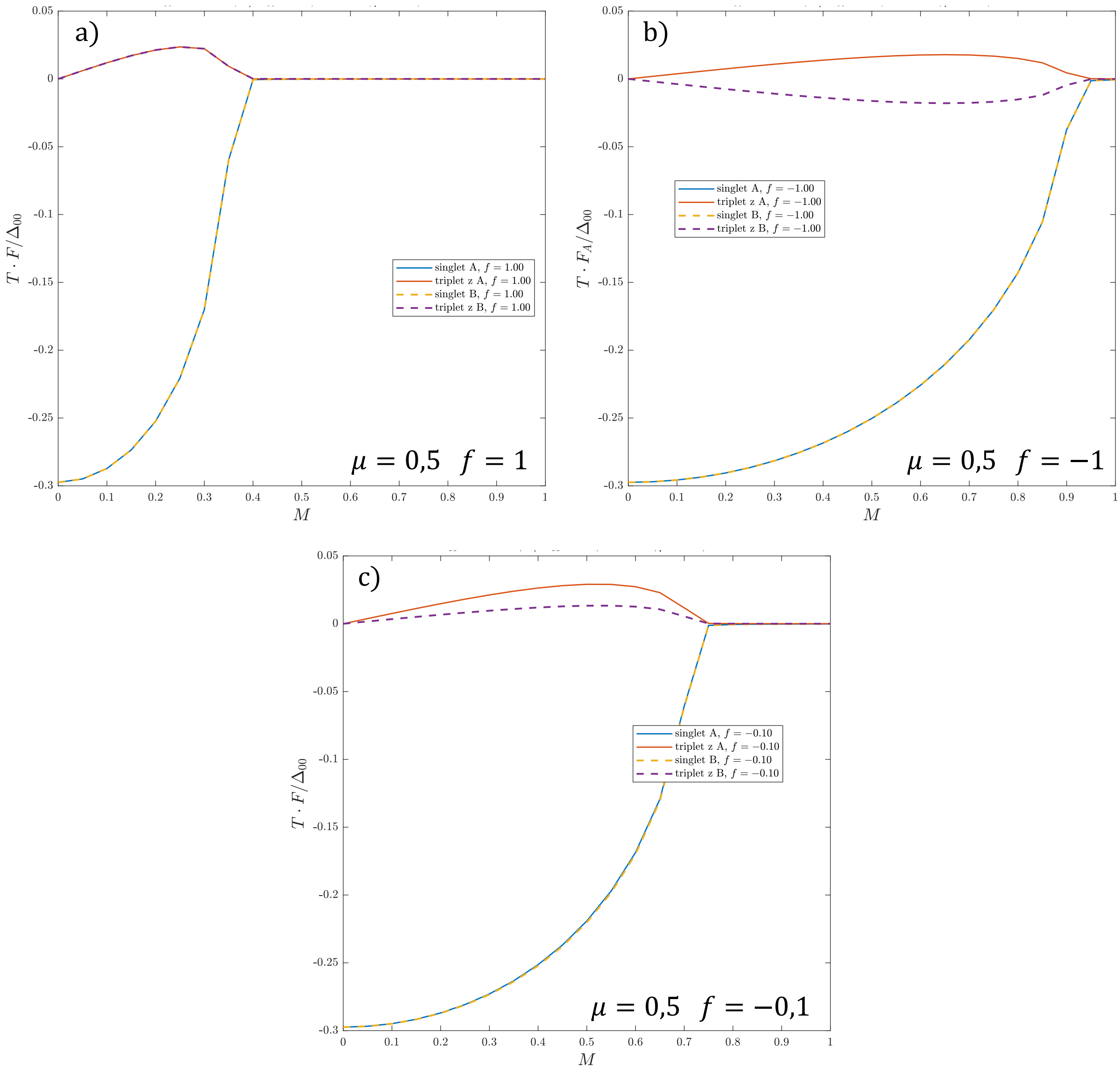



**Рис. 12.** Аномальные функции Грина для синглетных и триплетных корреляций как функции обменного поля $M$. $T/\Delta_{00} = 0{,}5$.
a) сверхпроводник/ферромагнетик ($f = +1$),
b) сверхпроводник/антиферромагнетик ($f = -1$),
c) сверхпроводник/ферримагнетик ($f = -0.1$).

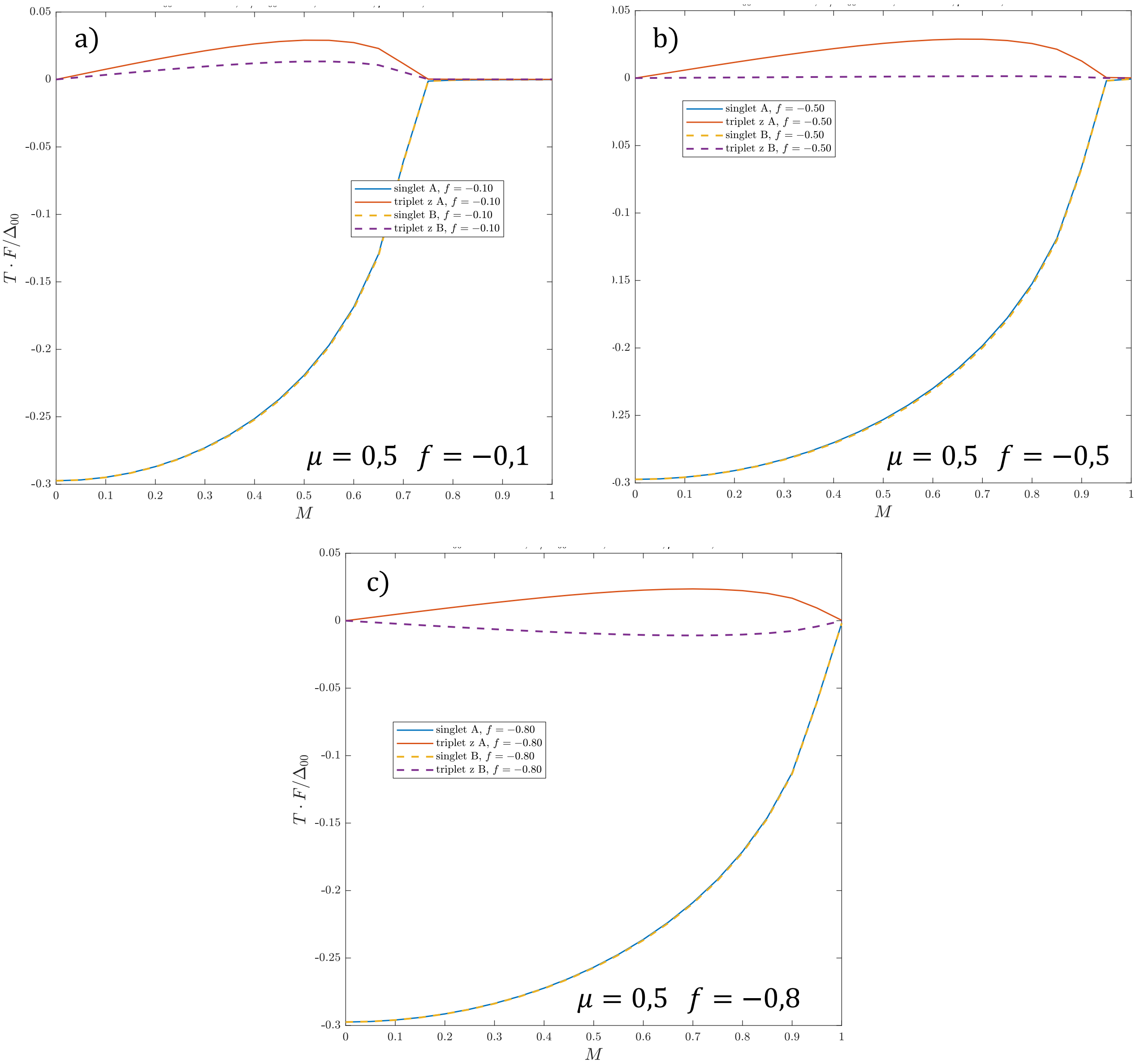



**Рис. 13**. Аномальные функции Грина для синглетных и триплетных корреляций как функции обменного поля $M$ в контакте сверхпроводник/ферримагнетик. $T/\Delta_{00} = 0{,}5$.
a) $f = -0{,}1$, b) $f = -0{,}5$, c) $f = -0{,}8$.

## Литература

[1] В.В.Шмидт. «Введение в физику сверхпроводников»

[2] Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Л.П.Питаевский «Теоретическая физика. Том IX. Статистическая физика. Часть II. Теория конденсированного состояния»

[3] G. Sarma, J. Phys. Chem. Solids **24**, 1029 (1963)

[4] G. A. Bobkov, I. V. Bobkova, A. M. Bobkov, and Akashdeep Kamra, Phys. Rev. B **106**, 144512 (2022).